

Merza József:

Regula falsi

Válasszunk egy számot, és szorozzuk meg önmagával, majd folytassuk az eljárást úgy, hogy a kapott eredményeket újra és újra megszorozzuk a kiindulásul vett számmal. Ha például a hármassal kezdtünk, akkor az első lépésben kilencet kapunk, s még háromszor ismételve az eljárást, $9 \times 3 \times 3 \times 3$, azaz 243 lesz az eredmény. Egyszerű dolog ez, mindenki el tudja végezni, aki ismeri a szorzótáblát, vagy le tudja olvasni kézi számológépe adatait. Azt mondjuk, hogy 3 ötödik hatványa 243, és ezt a játékot vidáman el tudjuk játszani akármelyik számmal, elismerve, hogy nagyobb számból kiindulva sok lesz az írásmunka, de hát célirányosan megy a dolog. Kiindulunk valahonnan, és rövidebb hosszabb idő alatt eljutunk valahova. Ráncok akkor jelennek meg homlokunkon, amikor valaki a visszaútról kezd érdeklődni, és, például, így szól: Ugyan melyik számot kell ötször tényezőül venni ahhoz, hogy – egyszerűség kedvéért – 100-at kapjunk? A kettes kicsi, a hármas nagy. Ekkor a tizedesjegyeket hívjuk segítségül, és elkezdjük a mondókát: 2,1 kicsi, 2,2 kicsi, és így tovább, 2,5 kicsi, de 2,6 már nagy. Nincs egyenlőség. Századrészeket veszünk: 2,51 kicsi, de hopp, 2,52 már nagy. Megállunk, és rájövünk: ennek sohasem lesz vége. Számolhatunk addig, ameddig akarunk, sohasem fogjuk tudni pontosan, hogy melyik az a szám, amelyet ötször véve tényezőül, 100 jönne ki szorzatnak.

Hogy neve legyen a gyerekeknek, állapotjunk meg abban, hogy ezt az ismeretlen számot a 100 ötödik gyökének nevezzük, s jelentsük ki, hogy megtalálása az „ x az ötödiken egyenlő száz” egyenlet megoldását jelenti. Azt már sejtjük, hogy a megoldás vég nélküli munkát jelent, még akkor is, ha legjobb számológépeinket állítjuk csatasorba. Az meg teljesen lehangoló, ha egy, a szakmában járatos ember azt állítja, hogy az általánosabb ötödfokú egyenlet elvi okokból sem oldható meg a négy alapművelet és gyökjelek véges számú alkalmazásával. Itt még csak közönséges hatványokat raktunk össze, algebrai egyenletet írtunk fel, s hol vannak még azok az egyenletek, amelyekben algebrailag ki sem fejezhető függvények jönnek elő. Bizony, hamar belátja a véges ember, hogy be kell érnie a teljes ismeret töredékével.

Törekedjünk hát minél nagyobb töredékre. Megalkotjuk a közelítő számítások elméletét, és ravaszabbnál ravaszabb módszereket eszelünk ki arra, hogy minél rövidebb idő alatt jussunk el oda, ahova elődeink nagy fáradtsággal értek el. Hatékonyabb képleteket írunk fel, és felhasználjuk a Földünket egy másodperc alatt hétszer megkerülő fénysugár száguldását. Sokszor már nincs is szükségünk arra a pontosságra, amellyel egy számot ismerünk. Összefont karokkal ülve nézhetjük amint gépeink 10-20-100ezer tizedes pontossággal határozzák meg – mondjuk – a π értékét.

L'art pour l'art – mondaná erre a 19. század csillagásza, akinek 15 jegy is elég volt számításai végzéséhez. De hát vannak elméleti matematikai kutatások, ahol az állandók megismerése sohasem áll meg, és elismeréssel jutalmazzuk azokat, akik éppen frissen pontosítottak egy számértéket, vagy léptek egyet a végtelen felé. Ügyes műfogások, szellemes ötletek, fáradságos munkák jelzik azt az utat, amelynek során időnkint terjedelmes közlemények adják tudtul, hogy valamivel többet ismerünk abból az álomvilágból, amit matematikának neveznek. Mindeközben igen szerényen elismerjük, hogy tudásunk határolt, mert nem tudjuk leírni tizedesjegyekkel egy egységoldalú négyzet átlójának hosszát. Az átló ott van a szemünk előtt, meg is foghatnánk, és mégis, ravaszul, egy kicsivel mindig kisiklik a tíz ujjunk közül.

Visszagondolunk az egykori kezdetekre, arra az időre, amikor Archimedes beírta a sokjegyű π helyett $22/7$ -del, bár tudott olyan mesterfogást, amellyel megragadta a végtelen kicsinyek végtelen halmazát. Visszagondolunk arra, hogy egész mai, könyvtári polcokat megtöltő számítástudományunk abból a gyarló próbálkozásból ered, hogy egy görbedarabot egyenessel pótolunk, s ezáltal, ha hibásan is, de meg tudunk határozni valamit. Megszületett az első szerkesztés, amelynek neve is lett. Regula falsi. Valamivel hosszabban: *regula falsi propositionis*, a hamis állítás, a hibás kezdés, a téves indulás szabálya. A feladat ugyanis ott áll előttünk, tennünk kell valamit, hogy legalább első elképzelésünk legyen a dolgok állásáról. Szerények leszünk. Tudjuk, hogy tévedéssel, hibával terhelt az indulás, de dolgozni kezdünk. Jó szerencsével sok minden történhet, s ha nem, akkor is előrébb vagyunk.

Regula falsi propositionis. Miért is került sor erre a gyarlóságra?

Vannak az életben céltudatos, egyenes cselekvések. Számokat veszek, és csinálom velük valamit. Téglát vásárolok, és egymásra rakom őket. Fogalmakat hozok létre, és elméletet sikeríték belőle. Mondom a magamét, módszeresen, csendesen vagy indulatosan, és meg akarom győzni hallgatóimat. Céltudatos vagyok, erős vagyok, határozott vagyok, magabiztos vagyok, alkotó vagyok. Aztán megfordul a helyzet, szembesülök egy nem sejtett egyenlettel, amelyet vagy én, vagy más valaki helyezett az asztalomra. A benne lévő ismeretlen fürkészve néz rám rejtekéből, s tétova mozdulataimra visszahúzódik. Titokzatos. Egyenletbe burkolta magát, és azt kérdezi: Megismersz? Legalább valamennyire? Ha még így sem, akkor érek neked annyit, hogy közeledni akarj, s valamelyest tudj is hozzám? Óvatosan, de állhatatosan. Tudom, hogy nem vagy csodatevő. Akarod elkezdni?

Regula falsi propositionis.

Elkezdjük. A kisdíákok régebben éneklő hangon recitálták óra előtt az egyszeregyet, több-kevesebb sikerrel bajlódtak a képletekkel megadott egyenletek megoldásával, és nem szerették a szöveges feladatokat. Pedig az élet egyenletei szöveges egyenletek. A természet ugyan nem használ szavakat, mi kölcsönözzük neki, az emberi gondok azonban megjelennek saját mondataik ruhájában. Megtöbbszöröződik a feladat. A beszélőnek mondatba kell foglalnia érzését, látását, tudását. Nekünk el kell tudnunk olvasni ezt a mondatot, utána értelmezni, megtalálni benne a lényeges pontokat, közeledni azok meghatározásához. Hány hibalehetőség, félreértési alkalom nehezíti meg az előrehaladást! Amint a közelítésméletben vannak vonzó, illetve taszító pontok, amelyekből kiindulva összetartó vagy széttartó az eljárás, úgy áll minden párbeszéd elején az alternatíva: jobban megértjük-e egymást, vagy egyre inkább növekszik a távolság a beszélgetést folytató felek között. A lehetőség fennáll, figyelni kell, hogy el ne veszítsük a konvergencia lehetőségét.

Miben bízhatunk? Tán abban, hogy tökéletesek leszünk? Mesteri kézzel kezeljük a nehéz kérdéseket, biztosan tapintunk rá a lényegre? Az élet és a tudomány nem ezt bizonyítja. Varázslókat csak a szemfényvesztés vagy a voluntarista gondolkodás ismer. Tudunk azonban valamit: a töredékes embert a türelmes gondolkodás töredékes eredményei is kielégíthetik. Hiszen ha másodpercenként 24 képet vetítenek elénk, megkaphatjuk a mozgás élményét. Szemünk számára már nem ad lényeges többletet, ha másodpercenként ezer vagy kétezer kép fut el előttünk. Nincs szükség emberfeletti erőfeszítésre, de annyira igen, hogy megmozduljanak a merev alakok. Ne várjuk a tökéletességet, de annyit igen, hogy körvonalat kapjanak az addig ismeretlen részletek. A töredékes feltárás is elvezethet addig, hogy örülni tudunk az elért, eredménynek, s ebben a munkában, megtanuljuk megbecsülni egymás szerény, de állhatatos igyekezetét. Majdhogynem azt kell mondanom, hogy az emberi

kapcsolatok számára az igyekvő jószándék fontosabb, mint a biztos tudás, mert a hűség igyekezet azt sejteti, hogy túljuthatunk minden határon. Évezredes türelmes keresőmunkából lettek naggyá a tudományok akkor is, ha nem tudnak válaszolni sok kérdésre, de éreztetik velünk, hogy segítségükkel előrejuthatunk. Türelmes napi munka az alapja mindennek. Újra és újra szemügyre venni feladatainkat, és kérdezni. A haladás nemcsak abban van, hogy nekem vannak igazságaim, hanem abban is, hogy megpróbálom megérteni mások kijelentéseinek igazát is. Beszélni könnyebb, meghallgatni nehezebb. Türelmes szorgalmat kell kívánnunk minden tanítónak-tanárnak, politikusnak, apostolnak, hitszónoknak és prófétának, mert eljön az életnek az a szakasza, amikor nem a tankönyvek leckéinek ismétlése, felmondása a feladatunk, hanem a kérdésekben, élethelyzetekben jelentkező ismeretlen gondok felismerése. A gyakorló orvos élete, a vizsgák letétele után, mindennapos, állandó szembesülés, feladatmegoldás, jobb vagy kevésbé sikeres gyógyítás, képességei határáig. A felnőtt ember örök feladatmegoldó. S amennyivel több az emberi lélek egy matematikai egyenletnél, annyival biztosabbra vehetjük, hogy lépéseink tétovák, gyakorta hibásak, pontatlanok lesznek, de a kitartás, az ismételt újakezdés pótolhatja töredékességünket, és a holnap meghaladhatja a máit. Mi a fontos? Hűség a módszerhez, hűség a feladathoz, türelem és állhatatosság a mindennapi munkában.

A természet kutatója ezzel a hűséggel ül le mindennap mikroszkópja és műszerei elé. Tudja, hogy nincs pontos mérés, csak leolvasott adat elfogadható hibahatárral. Ebből kiindulva kell továbbgondolkodnia, terveznie, képet alkotnia. A kutatónak szerénynek kell lennie, bármilyen szép elképzeléseket táplál is, bármennyire sejtí is, hogy merre van a helyes út, mert nem ő, hanem a vele szembenálló természet fogja megmondani, mi az igazság. Szerénynek kell lenni, mert tudnunk kell, hogy nem az elképzeléseinkhez való konok ragaszkodásban, hanem a tényekhez történő becsületes igazodásban rejlik az igazság. Jó annak, aki tud kételkedni, aki tudja, hogy nem az abszolút igazság ismeretében ül le megismerni a valóságot. Képzelőerő és előfeltevés nélkül, persze, meg sem indulhatunk, mindig szükséges egyfajta előítélet, de az is fontos, hogy idejében szabadulni tudjunk a kikezdett előítéletektől, mert nem az a döntő, hogy igazolódna-e okos hipotéziseink, hanem az, hogy merre van az igazság.

Hány válaszra van szükségünk kérdéseink feltevése során, amíg végre fel tudjuk tenni a helyes kérdést! Azt a kérdést, amelyre olyan választ kapunk, hogy utána értőbb vagy érzőbb kérdéssorozatot indíthatunk a következő helyes kérdésig, amelyet ismét megerősít majd egy egyetértő felelet. Mintha újabb és újabb jegyekkel lépnénk tovább a tizedesjel után. Hány türelmes, árnyalt mondatot kell kimondani, míg beszélgetőtársunk azt mondja: Így van, jól látod a helyzetet. Vajon hány téves előfeltevésünktől kell megszabadulnunk, hogy barátunk rábólintson szavunkra: Egyetértünk. A közelítés tisztulás is: tisztulás a tévedésektől, szabadulás az akadályoktól. Ha többről van szó, mint valakinek a kihallgatásáról azért, hogy ítélhessünk vagy tájékozottnak tudhassuk magunkat, akkor rá kell lépni a soha be nem teljesülő, mégis tökéletesedő párbeszéd útjára, időt és megértést áldozva. Határidő nélkül. A türelmetlenség, a sietség káros. A lélek egyenletei nem olyanok, mint az iskolai dolgozatírás témái, amelyeket előírt időn belül, előzőleg megismert sémák szerint meg lehet oldani. A lélekből előtörő szövegeket alaposan és elfogulatlanul kell tanulmányoznunk, mert erőltethetünk ugyan megoldási mintákat, de eredményre nem jutunk, hanem hamis gyökökkel kápráztatjuk, s egyben vezetjük félre önmagunkat. Mily bonyolult az emberi lélek, s valójában mily egyszerű a követendő eljárás! Akárcsak az egyenletek világában. S a szeretetet sem szégyellem bevonnai a tevékenység gyakorlásának erényei közé, hiszen a tudós is szereti kutatásának tárgyát: időt, erőt, vagyont áldoz fel azért, hogy kapcsolatba léphessen vele. A titokzatos emberi lélek is megérdemel ennyit.

Szép ez az optimizmus, de a borúlátásnak is megvan a művészi kifejezése. „A Szíriusz van tőlem távolabb, vagy egy-egy társam, jaj, ki mondja meg?” – kérdi az érzékeny lélek, amely csak „térbe szétszórt milljom árvaság”-ot lát a találkozás reménye nélkül. Bizony, egy-egy percben óriási erővel tud rántörni a magány, még a hozzánk legközelebb állók mellett is. Lelkesen mondhatjuk a magunkét, s társunk furcsa tekintetéből vesszük észre, hogy akkor és ott lelke messze jár tőlünk. Panaszkodhatunk, említhetünk meg nem értést, kiabálhatunk, győzködhetünk, de a megértés világa nem az erőszak világa, amint a matematika világa sem a tekintély és a szónoklás uralmán alapszik. Kimegyek a csillagos ég alá, és tudomásul veszem, hogy a rám hunyorgó fény éveket utazik, amíg eljut hozzám. Nincs erőm csökkenteni a köztünk lévő távolságot, nem én teremtettem a Galaxist. Ámde felfoghatom azt az üzenetet, amit a távolság ellenére hűségesen és igazán eljuttat hozzám egy létező. Annyit, amennyit. Amennyit tud, amennyit lehet. A csillagászat igazolja, hogy gyakorta nem is keveset, de legalább elegendőt.

Regula falsi. Nem tudom, mi van, mi lehet messzebb egymástól: két égitest vagy két lélek. Mégis, úgy érzem, hogy a szelídség ege alatt elkezdett párbeszédeknek, a spontán, mert nem kierőltetett megnyilvánulásoknak a során üzenetek indulhatnak egymás felé, többet érthetünk egymásból, jobban becsülhetjük egymás őszinte törekvéseit. Adott helyzetünkben is közelebb érezhetjük magunkat egymáshoz, jó akarattal egyre közelebb. Eközben, talán észre sem vesszük, magunk is formálódunk, változunk. A fizika is azt tanítja, hogy a kapcsolatban álló létezők kölcsönösen hatnak egymásra. Ez nagyon általános törvény.

Minden életkornak megvan a maga szépsége, amely természetesen tartozik hozzá az élethez. Azért jó megöregedni, mert olyan új szépségeket fedezünk fel, amelyekről beszélni szoktak. Csakhogy más a beszéd, és más a tapasztalat. Ilyen szépség a megérteni akarás, a megértésre törekvés. Aki azt a bátorságot vette magának, hogy másokat tanítson, annak mindennap tanulnia kell – mondta Gorkij. Aki azt a bátorságot vette magának, hogy másokat neveljen, annak mindennap törekednie kell növendékei megértésére. Mindnyájunk pedagógiája alakul az évek során: a reggel pillanataiban magabiztos, dogmatikus, egy kissé fensőséges, majd okosabbá, hajlékonyabbá válik a nyugodt, déli órákban. Végezetül jóakaró és derűs lesz estére, amikor megnyúlnak az árnyak és lenyugváshoz készülődik a Nap. Az idős tanító ilyenkorra módosítja a jogairól és kötelességeiről alkotott felfogását. Gyors előrehaladás helyett inkább megbízható lépéseket készít elő csoportjának. Mielőtt azt keresné, hogy megértsék őt tanítványai, ő igyekszik azok megértésére.

E bekezdés második felét – némi átalakítással – nem lélektani vagy pedagógiai szakkönyvből vettem át, hanem egy 75 évvel ezelőtt írott francia matematikakönyv előszavából. Hűségben ahhoz a gondolatmenethez, amely egy egyszerű számtanpéldából indult ki azért, hogy amellet érveljen: türelemmel, gyakorta újrakezdve, abba nem hagyva, a tévedéseken túljutva, egyre jobban megismerhetjük egymás gondolatait, felfogását, érzelmeit.

Regula falsi. Hogy tökéletlen az indulás? Formátlan agyagból is lesz szobor, ha van hivatásos szobrász. A matematikában axióma rögzíti, hogy akármilyen kis számot elég sokszor véve, bármilyen nagy számot meghaladhatunk. Ugyanez az axióma áll egymás megértésére is.

Keveset tudunk? Nehéz az előrejutás? „*Két füttyre mindig / Kvarf lefelé / Nem sok, / de örülni ez is elég.*”